

**ІНСТРУКЦІЙНА КАРТКА ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ
З ДИСЦИПЛІНИ “МАТЕМАТИКА”**

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5

Тема: Перетворення тригонометричних виразів.

Робоче місце: кабінет математики

Тривалість заняття: 2 години

Мета заняття: Виробити практичні навички застосування тригонометричних формул додавання та наслідків з них для спрощення та обчислення значень тригонометричних виразів.

Дидактичний матеріал: інструкційні картки, довідники формул.

ЗМІСТ І ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ

Завдання №1. Обчислення значень тригонометричних функцій суми і різниці кутів

1. Обчисліть $\cos(\alpha + \beta)$ і $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, якщо відомо, що $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,

$$\cos \beta = -\frac{3}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi.$$

2. Обчисліть $\sin(\alpha - \beta)$ і $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, якщо відомо, що $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$,

$$\sin \beta = -\frac{4}{5}, \quad \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}.$$

Завдання №2. Використання формул тригонометричних функцій суми і різниці кутів

1. Обчисліть:

а) $\cos 35^\circ \sin 65^\circ - \sin 35^\circ \cos 65^\circ$;

б) $\frac{\operatorname{tg} 48^\circ + \operatorname{tg} 12^\circ}{1 - \operatorname{tg} 48^\circ \operatorname{tg} 12^\circ}$;

в) $\cos 79^\circ \cos 34^\circ + \sin 79^\circ \sin 34^\circ$.

2. Спростіть вираз:

а) $\cos 4\alpha \cos \alpha + \sin 4\alpha \sin \alpha$;

б) $\sin\left(\beta + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right)$.

Завдання №3. Обчислення значень тригонометричних функцій подвійного аргументу

Відомо, що $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ і $\sin \beta > 0$. Обчисліть $\sin 2\beta$, $\cos 2\beta$, $\operatorname{tg} 2\beta$, $\operatorname{ctg} 2\beta$.

Завдання №4. Використання формул суми та різниці тригонометричних функцій

1. Перетворіть у добуток вираз:

а) $\sin 50^\circ + \sin 70^\circ$;

б) $\cos \frac{2\pi}{5} - \cos \frac{3\pi}{5}$.

2. Спростіть вираз:

а) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right)$;

б) $\frac{\sin 50^\circ - \sin 10^\circ}{\sin 20^\circ}$.

3. Доведіть тотожність:

$$a) \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha;$$

$$б) \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Завдання №5. Обчислення значень тригонометричних функцій половинного аргументу

Знайдіть $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ і $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, якщо $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ВИКОНАННЯ І ОФОРМЛЕННЯ

При виконанні практичних завдань скористайтеся формулами тригонометричних функцій суми і різниці аргументів, формулами подвійного і половинного аргументу, а також формулами суми та різниці тригонометричних функцій.

Зразок виконання завдань на обчислення значення тригонометричного виразу

1. Обчислимо значення виразу $\sin(\alpha + \beta)$, якщо відомо, що $\sin \alpha = \frac{3}{5}$,

$$\cos \beta = -\frac{12}{13}, \text{ причому } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}.$$

Скористаємось основною тригонометричною тотожністю для знаходження $\cos \alpha$: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$. Так як α - кут II чверті, то $\cos \alpha < 0$, і тому одержимо:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}.$$

Аналогічно знайдемо $\sin \beta$: $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta$. Так як β - кут III чверті, то $\sin \beta < 0$, і тому одержимо:

$$\sin \beta = -\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{144}{169}} = -\sqrt{\frac{25}{169}} = -\frac{5}{13}.$$

Використавши формулу синуса суми, виконаємо обчислення:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{36}{65} + \frac{20}{65} = -\frac{16}{65}$$

2. Обчислимо значення виразу $\cos 105^\circ + \cos 75^\circ$ за формулою суми косинусів:

$$\cos 15^\circ - \cos 75^\circ = -2 \sin \frac{15^\circ - 75^\circ}{2} \sin \frac{15^\circ + 75^\circ}{2} = -2 \sin(-30^\circ) \sin 45^\circ = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Зразок виконання завдання на перетворення тригонометричних виразів

Нехай необхідно довести тотожність $\frac{\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

Використавши формули суми синусів у чисельнику і суми косинусів у знаменнику, розкладемо чисельник і знаменник дробу на множники, а потім виконаємо скорочення.

$$\frac{\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \frac{(\sin \alpha + \sin 3\alpha) + 2 \sin 2\alpha}{(\cos \alpha + \cos 3\alpha) + 2 \cos 2\alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha \cos \alpha + 2 \sin 2\alpha}{2 \cos 2\alpha \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha} =$$

$$\frac{2\sin 2\alpha(\cos\alpha + 1)}{2\cos 2\alpha(\cos\alpha + 1)} = \frac{2\sin 2\alpha}{2\cos 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha.$$

ПІСЛЯ ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТИ ПОВИННІ

ЗНАТИ: Тригонометричні формули суми та різниці аргументів, формули подвійного та половинного аргументу, формули суми та різниці тригонометричних функцій.

УМІТИ: Спрощувати вирази з використанням тригонометричних тотожностей додавання, використовувати вивчені формули та властивості тригонометричних функцій для обчислення значень виразів.

Інструкційна картка
розглянута і схвалена цикловою комісією
загальноосвітніх та гуманітарно-соціальних дисциплін
Протокол № 2 від 03.09.15
Голова циклової комісії А.О. Грисюк