

ІНСТРУКЦІЙНА КАРТКА ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ З ДИСЦИПЛІНИ “МАТЕМАТИКА”

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 18

Тема: Розв’язування задач на застосування похідної.

Робоче місце: кабінет математики

Тривалість заняття: 2 години

Мета заняття: Розвинути практичні навички застосування похідної до розв’язування задач (дослідження функцій, знаходження найбільшого і найменшого значення функції на проміжку, знаходження швидкості руху, розв’язування задач на екстремум прикладного змісту).

Дидактичний матеріал: інструкційні картки, довідники формул.

ЗМІСТ І ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ

Завдання №1. Дослідження функцій

Дослідіть функцію на екстремум, знайдіть інтервали зростання і спадання, схематично побудуйте графік функції:

а) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$;

б) $y = -x^3 + 6x^2 - 16$.

Завдання №2. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на проміжку

Знайдіть найбільше та найменше значення функції:

а) $y = -x^4 + 8x^2 + 9$ на проміжку $[-1; 3]$;

б) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{3}$ на проміжку $[-3; -1]$.

Завдання №3. Застосування фізичного змісту похідної

Тіло рухається прямолінійно за законом $S = S(t)$. Визначте швидкість руху тіла у заданий момент часу:

$$S = \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1(m); t = 2 c.$$

Завдання №4. Розв’язування задач на екстремум прикладного змісту

Прямокутну ділянку землі з площею 40000 м² треба обкопати вздовж усієї межі ровом. Які розміри ділянки потрібно взяти, щоб довжина рову була найменшою?

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ВИКОНАННЯ І ОФОРМЛЕННЯ

При виконанні практичних завдань скористайтеся ознаками монотонності та екстремуму функції, правилом знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку, фізичним змістом похідної, а також правилами і формулами диференціювання.

Зразок виконання завдання на дослідження функції

Дослідити на екстремум функцію $y = 4x^3 + 6x^2 - 24x - 10$.

Розв’язання. Функція $y = 4x^3 + 6x^2 - 24x - 10$ визначена і диференційована на $\mathbb{R}$.

Знайдемо її похідну: $y' = 12x^2 + 12x - 24$.

Знайдемо нулі похідної: $12(x^2 + x - 2) = 0$, $x^2 + x - 2 = 0$, звідси за теоремою Вієта, $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

Отже, функція має дві критичні точки $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, які розбивають область визначення функції на 3 інтервали. Встановимо знак похідної функції на кожному інтервалі.



Оскільки на інтервалах $(-\infty; -2), (1; +\infty)$ $y' > 0$, а на інтервалі $(-2; 1)$ $y' < 0$, то функція зростає при $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ і спадає при $x \in (-2; 1)$.

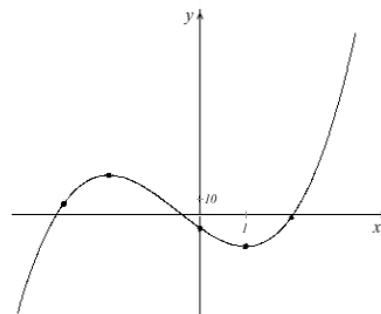
Оскільки при переході через критичну точку $x = -2$ похідна змінює знак з + на -, то в цій точці функція має локальний максимум: $y_{\max} = y(-2) = -32 + 24 + 48 - 10 = 30$.

При переході через точку $x = 1$ похідна змінює знак з - на +. Тому в цій точці функція має локальний мінімум: $y_{\min} = y(1) = 4 + 6 - 24 - 10 = -24$.

На основі результатів дослідження та врахувавши точку перетину графіка з віссю ординат $y(0) = -10$ побудуємо графік функції. Для уточнення форми графіка знайдемо координати додаткових точок:

$$y(-3) = 4 \cdot (-27) + 6 \cdot 9 + 72 - 10 = 8;$$

$$y(2) = 4 \cdot 8 + 6 \cdot 4 - 48 - 10 = -2.$$



Зразок виконання завдання на знаходження найбільшого і найменшого значення функції на проміжку

Знайти найбільше та найменше значення функції $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + 4x^2$ на відрізку $[-1; 1]$.

Розв'язання. Функція визначена і неперервна на відрізку $[-1; 1]$, диференційована на інтервалі $(-1; 1)$. Тому вона набуває на даному відрізку найбільшого і найменшого значення. Знайдемо критичні точки даної функції. Для цього знайдемо похідну $f'(x) = x^4 + 8x$ і прирівняємо її до нуля.

З рівняння $x^4 + 8x = 0$; або $x(x^3 + 8) = 0$ маємо критичні точки: $x = 0$; $x = -2$.

Так як $0 \in (-1; 1)$; $-2 \notin (-1; 1)$, то на інтервалі $(-1; 1)$ функція має лише одну критичну точку. Знайдемо значення функції в цій точці: $f(0) = 0$.

Обчислимо значення функції на кінцях відрізка: $f(-1) = -\frac{1}{5} + 4 = 3\frac{4}{5}$, $f(1) = \frac{1}{5} + 4 = 4\frac{1}{5}$.

Порівнюючи одержані значення, знаходимо найбільше і значення функції на відрізку:

$$\max_{[-1; 1]} f(x) = f(1) = 4\frac{1}{5}; \min_{[-1; 1]} f(x) = f(0) = 0.$$

ПІСЛЯ ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТИ ПОВИННІ

ЗНАТИ: Правила та формули диференціювання, ознаки монотонності та екстремуму, фізичний зміст похідної.

УМІТИ: Диференціювати функції, досліджувати функції на монотонність та екстремуми, знаходити найбільше і найменше значення функції на проміжку, знаходити швидкість нерівномірного руху за відомим законом руху, розв'язувати прикладні задачі на екстремум.

Інструкційна картка

розглянута і схвалена цикловою комісією

загальноосвітніх та гуманітарно-соціальних дисциплін

Протокол № 2 від 03.09.15

Голова циклової комісії

А.О. Грисюк